**Trabajo Práctico N◦ 1**

**Técnicas de Prueba**

**Ejercicio 1:** Considere la siguiente implicación directa P → Q. Luego ∼ Q →∼ P es la contrarecíproca de la implicación y Q → P es la reciproca de la implicación. La inversa o contraria se define como ∼ P →∼ Q.

1. Indique y justifique formalmente cuáles de las fórmulas mencionadas anteriormente son equivalentes: la implicación directa P → Q y su contrarecíproca son equivalentes, ya que al probar la conjetura original es lo mismo a probar su contrarecíproca, sin embargo, la contrarecíproca se usa en caso de que ∼Q provea un mayor peso de argumento que P.
2. En cada uno de los incisos que siguen, tache lo que no corresponda:

(i)La inversa de la recíproca de P → Q es la contrarecíproca de P → Q.

(ii) La inversa de la recíproca de P → Q es la inversa de Q → P.

(iii) La recíproca de la contrarecíproca de P → Q es la inversa de P → Q.

(iv) La recíproca de la contrarecíproca de P → Q es la contrarecíproca de

Q → P

**Ejercicio 2:** Dé contraejemplos para las siguientes sentencias:

(a) Cada figura geométrica con cuatro ángulos rectos es un cuadrado.

El rectángulo tiene cuatro ángulos rectos y no es un cuadrado

(b) El número n es entero impar si y solamente si 3n + 5 es un entero impar.

Si 3n + 5 es un entero impar entonces n es entero impar

H: 3n + 5 es impar

T: n es impar

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 3n + 5 | n | n es impar |
| 11 | 2 | NO |

(c) Todas las personas morochas tienen ojos oscuros y son altas.

También existen morochas de ojos claros y bajas

**Ejercicio 3:** Probar las siguientes sentencias o encontrar un contraejemplo:

(a) Si n es un número par, 4 ≤ n ≤ 12, luego n puede ser expresado como la suma de dos números primos.

|  |  |
| --- | --- |
| n | Suma de dos num primos |
| 4 | No puede ser expresado como la suma de dos números primos ya que 4 no es primo |

(b) Para todo entero positivo n menor o igual a 3, n! < 2n (n! significa Factorial de n)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| n <= 3 | n! | 2n | n! < 2n |
| 3 | 6 | 8 | Sí |
| 2 | 2 | 4 | Sí |
| 1 | 1 | 2 | Sí |
| 0 | 0 | 1 | Sí |

(c) 0 es un número par. Es verdadero

(d) La suma de dos enteros pares es par

H) x es un entero par ∧ y es un entero par

T) x + y es par

Dem. por método directo

Sea x = 2k ∧ y = 2t, k y siendo enteros, entonces x + y = 2k + 2t = 2(k+t) entonces x + y = 2s, siendo s = (x + y) y es un entero

(e) La suma de dos enteros pares es par (prueba por contradicción o reducción al absurdo)

x = 2k ∧ y = 2t entonces x + y = 2s

Dem. Por reducción al absurdo, entonces

x = 2k ∧ y = 2t ∧ x + y = 2s + 1

entonces x + y = 2k + 2t = 2(k+t) entonces x + y = 2s, siendo s = (x + y) y es un entero, por lo tanto x + y es impar entonces es absurdo!!!

(f) Para cada entero n, el número 3(n2 + 2n + 3) − 2n2 es un cuadrado perfecto.

H) para cualquier entero

T) 3(n2 + 2n + 3) − 2n2 es un cuadrado perfecto.

Dem. Por método directo

Se n un número entero entonces,

3(n2 + 2n + 3) − 2n2 =

3n2 + 6n + 9 – 2n2 =

n2 + 6n + 9 =

(n + 3)2 luego la raíz cuadrada de (n + 3)2 es (n + 3), entonces es un cuadrado perfecto

(g) Si x2 + 2x − 3 = 0 entonces x no es igual a 2.

Dem. Por reducción al absurdo

x2 + 2x − 3 = 0 ∧ x es igual a 2.

Sea x = 2 ∧ x2 + 2x − 3 = 0 entonces

22 + 2(2) − 3 = 0

4 + 4 – 3 = 0

5 = 0, abusrdo!!!

Ejercicio 4: Probar las siguientes sentencias o encontrar un contraejemplo:

(a) Para cada número entero primo n, n + 4 es primo.

Dem. Por contradicción

Sea n un entero primo

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| n | n + 4 | ¿es primo? |
| 2 | 6 | NO |

(b) La suma de un número par y un número impar es impar.

Dem. Por método directo

Se x = 2k ∧ x = 2t + 1, entonces

x + x = 2k + 2t +1, entonces

x + x = 2(k + t) +1, entonces

x + x = 2s + 1, siendo s = (x + y) y es un entero, luego un número impar + uno para es siempre un número impar